

**1. (7 балл)**

Найдите количество пар целых чисел  $(m, n)$ , для которых выполнено равенство  $n^2 + 6^{2021} = m^2$

**2. (7 балл)**

В треугольнике  $ABC$  точка  $M$  — середина стороны  $AC$ , точка  $P$  лежит на стороне  $BC$ . Отрезок  $AP$  пересекает  $BM$  в точке  $O$ . Оказалось, что  $BO = BP$ . Найдите отношение  $MO:PC$ .

**3. (10 балл)**

Положительные числа  $a$  и  $b$  таковы, что  $a - b = \frac{a}{b}$ .  
Что больше,  $a + b$  или  $ab$ ?

**4. (10 балл)**

В параллелограмме  $ABCD$  из вершины тупого угла  $B$  проведены высоты  $BM$  и  $BN$ , а из вершины  $D$  — высоты  $DP$  и  $DQ$ . Докажите, что точки  $M, N, P$  и  $Q$  являются вершинами прямоугольника.

**5. (16 балл)**

Сардор и Азиз играют в игру. На доске написано число:  
 $11223334445555666677777$ .

За один ход разрешается стереть любое количество одинаковых цифр. Выигрывает тот, кто сотрёт последнюю цифру. Сардор ходит первым. Может ли он так ходить, чтобы гарантированно выиграть?

