

1. (7 балл)

Найдите количество пар целых чисел (m, n) , для которых выполнено равенство $n^2 + 6^{2021} = m^2$

2. (7 балл)

В треугольнике ABC точка M — середина стороны AC , точка P лежит на стороне BC . Отрезок AP пересекает BM в точке O . Оказалось, что $BO = BP$. Найдите отношение $MO:PC$.

3. (10 балл)

Положительные числа a и b таковы, что $a - b = \frac{a}{b}$.
Что больше, $a + b$ или ab ?

4. (10 балл)

В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B проведены высоты BM и BN , а из вершины D — высоты DP и DQ . Докажите, что точки M, N, P и Q являются вершинами прямоугольника.

5. (16 балл)

Сардор и Азиз играют в игру. На доске написано число:
 11223334445555666677777 .

За один ход разрешается стереть любое количество одинаковых цифр. Выигрывает тот, кто сотрёт последнюю цифру. Сардор ходит первым. Может ли он так ходить, чтобы гарантированно выиграть?

